

► GERÇEK SAYILAR

Rakam

Sayıları ifade etmeye yarayan

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

sembollerine **rakam** denir.

Örnek 1:

a, b ve c birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre

$$3a + b - 2c$$

ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.

$a = 9, b = 8, c = 0$ için $3a + b - 2c$

en büyük $3 \cdot 9 + 8 - 2 \cdot 0 = 35$ tir.

$a = 0, b = 1, c = 9$ için $3a + b - 2c$

en küçük $3 \cdot 0 + 1 - 2 \cdot 9 = -17$ dir.

Cevap: -17

Örnek 2:

a ve b rakam olmak üzere

$$2a + b = 17$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı a değeri vardır?

Cevap: 5

Eşitliği sağlayan (a, b) sıralı ikilileri (4, 9), (5, 7), (6, 5), (7, 3), (8, 1) olduğundan 5 farklı a değeri vardır.

► Sayı Kümeleri

1. Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesinin elemanlarına **doğal sayı** denir. N sembolü ile gösterilir.

$N^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ kümesinin elemanlarına **pozitif doğal sayı** veya **sayma sayıları** denir. N^+ sembolü ile gösterilir.

2. Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesinin elemanlarına **tam sayı** denir. Z sembolü ile gösterilir.

$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ kümesinin elemanlarına **pozitif tam sayı** denir. Z^+ sembolü ile gösterilir.

$Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$ kümesinin elemanlarına **negatif tam sayı** denir. Z^- sembolü ile gösterilir.

3. Rasyonel Sayılar

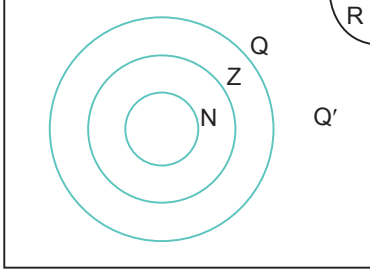
x ve y birer tam sayı ve y sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{x}{y}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı** denir. Q sembolü ile gösterilir.

4. İrrasyonel Sayılar

Rasyonel olmayan yani $\frac{x}{y}$ biçiminde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayı** denir. Q' sembolü ile gösterilir.

5. Reel (Gerçek) Sayılar

Rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar kümelerinin birleşimi ile oluşan sayı kümesine **Reel (Gerçek) Sayılar** kümesi denir. R sembolü ile gösterilir.



Doğal ve Tam Sayılar Kümelerinde İşlemler

1. Toplama ve Çıkarma İşlemleri

- a ve b pozitif tam sayılar ise a + b toplamı da pozitiftir.
- a ve b negatif tam sayılar ise a + b toplamı da negatiftir.
- a ve b den biri negatif biri pozitif ise bu iki sayının farkının işareti bu sayılardan mutlak değerce büyük olanın işaretidir.

Örnek 3:

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını yanlarında bulunan kutulara yazınız.

- | | |
|---|---|
| ➤ $7 + 4 =$ <input type="text" value="11"/> | ➤ $-4 + 8 =$ <input type="text" value="4"/> |
| ➤ $-12 - 10 =$ <input type="text" value="-22"/> | ➤ $-10 + 3 =$ <input type="text" value="-7"/> |
| ➤ $15 - 7 =$ <input type="text" value="8"/> | ➤ $10 - 17 =$ <input type="text" value="-7"/> |

2. Çarpma ve Bölme İşlemleri

- Aynı işaretli iki sayının **çarpımı** veya **bölümü** pozitiftir.
- Ters işaretli iki sayının **çarpımı** veya **bölümü** negatiftir.

$$\begin{array}{lcl}
 + \cdot + = + & & + \div + = + \\
 + \cdot - = - & \text{ve} & + \div - = - \\
 - \cdot + = - & & - \div + = - \\
 - \cdot - = + & & - \div - = +
 \end{array}$$

Örnek 4:

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını yanlarında bulunan kutulara yazınız.

- | | |
|--|---|
| ➤ $(-3) \cdot (-4) =$ <input type="text" value="+12"/> | ➤ $5 \cdot 3 =$ <input type="text" value="15"/> |
| ➤ $(-4) \cdot (+7) =$ <input type="text" value="-28"/> | ➤ $6 \cdot (-3) =$ <input type="text" value="-18"/> |
| ➤ $24 : 6 =$ <input type="text" value="4"/> | ➤ $30 : (-3) =$ <input type="text" value="-10"/> |
| ➤ $(-42) : (-7) =$ <input type="text" value="6"/> | ➤ $(-12) : (-12) =$ <input type="text" value="1"/> |

Örnek 5:

$$-3 + 4 - \frac{16}{4} - \frac{24}{-4} - (-5)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{array}{l}
 +1 - 4 - (-6) + 5 \\
 -3 + 6 + 5 \\
 -3 + 11 \\
 8
 \end{array}$$

Cevap: 8

3. Tam Sayıların Kuvvetlerinin İşaretleri

- Pozitif tam sayıların bütün kuvvetleri **pozitiftir**.
- Negatif tam sayıların tek kuvvetleri **negatif**, çift kuvvetleri **pozitiftir**.

Örnek 6:

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını yanlarında bulunan kutulara yazınız.

$$\begin{array}{ll} \gg 2^3 = & \boxed{8} \\ \gg 7^0 = & \boxed{1} \\ \gg 5^4 = & \boxed{625} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \gg (-2)^2 = & \boxed{4} \\ \gg (-3)^3 = & \boxed{-27} \\ \gg (-1)^{101} = & \boxed{-1} \end{array}$$

Örnek 7:

$-(-2)^3 + [4 - (3^2)]^0 + (-1)^{21}$
işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} & -(-8) + [4 - 9]^0 + (-1) \\ & 8 + (-5)^0 - 1 \\ & 8 + 1 - 1 = 8 \end{aligned}$$

Cevap: 8

Not

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin iç içe olduğu bir işlemde,

1. Parantez içi
 2. Üslü sayılar
 3. Çarpma ve bölme
 4. Toplama ve çıkarma
- sıralamasına göre işlem yapılır.

Örnek 8:

$(6 - (-2)) : (-4 + 2)$
işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} (6 + 2) : (-2) \\ 8 : -2 = -4 \end{aligned}$$

Cevap: -4

Örnek 9:

$5 - [4 - (7 - (4 - 6))]$
işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} 5 - [4 - (7 - (-2))] &= 5 - [4 - (7 + 2)] \\ \Rightarrow 5 - [4 - 9] &= 5 - (-5) = 5 + 5 = 10 \end{aligned}$$

Cevap: 10

Örnek 10:

$(-2)^3 \cdot (-4) - 4 : (-2)$
işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} (-8) \cdot (-4) - (-2) \\ 32 + 2 = 34 \end{aligned}$$

Cevap: 34

Örnek 11:

$x = -2$ için
 $x^5 + x^2 - 2x + 3$
işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} (-2)^5 + (-2)^2 - 2(-2) + 3 \\ -32 + 4 + 4 + 3 \\ -32 + 11 \\ -21 \end{aligned}$$

Cevap: -21

Örnek 12:

Aşağıda verilen harfli ifadelerin düzenlenmiş hâllerini yanlarında bulunan kutucuklara yazınız.

$$\begin{array}{ll} \gg 3x + 2x = & \boxed{5x} \\ \gg -4x + 2x = & \boxed{-2x} \\ \gg 2a + b = & \boxed{2a + b} \\ \gg x^2 + 2x - x = & \boxed{x^2 + x} \\ \gg (-6a) : 2a = & \boxed{-3} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \gg 7x - 3x = & \boxed{4x} \\ \gg -5x - 4x = & \boxed{-9x} \\ \gg a + 3a + b - 2b = & \boxed{4a - b} \\ \gg x^2 - 3x^2 + 4x + x = & \boxed{-2x^2 + 5x} \\ \gg (-3a) \cdot (-2b) = & \boxed{6ab} \end{array}$$

Örnek 13:

$$7x - [2x - (3x - 5x)]$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} 7x - [2x - (-2x)] &= 7x - [2x + 2x] \\ &= 7x - 4x \\ &= 3x \end{aligned}$$

Cevap: 3x

Örnek 14:

$$x^2 - x \cdot (x + 3) - 2(1 - x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} x^2 - x^2 - 3x - 2 + 2x \\ -x - 2 \end{aligned}$$

Cevap: $-x - 2$ **Örnek 15:**

$$x \cdot (x - y) - (y - x) \cdot y - x^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} x^2 - xy - y^2 + xy - x^2 \\ -y^2 \end{aligned}$$

Cevap: $-y^2$ **Not**

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$$

ifadesine **iki kare farkı** denir.**Not**

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

ifadelerine **tam kare açılımları** denir.**Örnek 16:**

Aşağıda verilen ifadelerin açılımlarını yapınız.

$$\triangleright x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

$$\triangleright x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$$

$$\triangleright 25 - 4x^2 = (5 - 2x)(5 + 2x)$$

$$\triangleright (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\triangleright (x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

Örnek 17:

$$\frac{64^2 - 32^2}{96}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{(64 - 32)(64 + 32)}{96} = \frac{32 \cdot 96}{96} = 32$$

Cevap: 32

Örnek 18: $x = 2016$ ve $y = 2012$ için

$$x^2 + y^2 - 2xy$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

$$(x - y)^2 = (2016 - 2012)^2 = 4^2 = 16$$

Cevap: 16

Not

$$x^2 + ax + b$$

ifadesinde $b = m \cdot n$ ve $a = m + n$ ise

$$x^2 + ax + b = (x + m)(x + n) \text{ dir.}$$

Örnek 19:

Aşağıda verilen ifadeleri çarpanlara ayırınız.

$$\triangleright x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$$

$$\triangleright x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$$

$$\triangleright x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$$

$$\triangleright x^2 - 6x + 5 = (x - 5)(x - 1)$$

$$\triangleright 2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

Örnek 20:

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$(x - 6)(x - 1) = 0$$

$$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

1. $-3 + \frac{143}{11} - \frac{132}{-12}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

$$-3 + 13 - (-11) = 10 + 11 = 21$$

2. $8 : 2 + 6 \cdot (-2) + 10 : 5 - 2$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

$$4 - 12 + 2 - 2$$

$$-8 + 0 = -8$$

3. $\frac{-32}{12} \cdot \frac{9}{-8} + (-1) \cdot (-2) \cdot (-3)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

$$\frac{-8}{3} \cdot \frac{9}{-8} - 6 = \frac{9}{3} - 6 = 3 - 6 = -3$$

4. $-40 : [-2 - (-2) \cdot 3]$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -2 B) -5 C) -8 D) -9 E) -10

$$-40 : [-2 + 6] = -40 : 4 = -10$$

5. $(-2)^3 : (-2)^2 - (-5)^2 \cdot 3$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -77 B) -72 C) -70 D) -64 E) -60

$$(-8) : 4 - 25 \cdot 3 = -2 - 75 = -77$$

6. $2 - [3 - (4 - 5)]$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

$$2 - [3 - (-1)] = 2 - [3 + 1] = 2 - 4 = -2$$

7. $\frac{6 - (6 + 5 \cdot 5 - 21)}{2 + [2 - (2 - 4)]}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{8}{3}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) 5

$$\frac{6 - (6 + 1 - 21)}{2 + (2 - (-2))} = \frac{6 - (-14)}{2 + (4)} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

8. $\frac{(-4)^2 - 2^2 + 43^0}{(-1)^{10} + (-1)^{11} + (-1)^{12}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

$$\frac{16 - 4 + 1}{1 - 1 + 1} = \frac{13}{1} = 13$$

9. $x^2 - 3x + 4x - (x^2 - 2x)$
işleminin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 3x$ B) $3x$ C) $-3x$
D) $2x^2 + 3x$ E) $-xy$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 4x - x^2 + 2x \\ x + 2x \\ 3x \end{aligned}$$

10. $5x - [6x - (-7x - 10x)]$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $12x$ B) $18x$ C) $20x$ D) $-18x$ E) $-21x$

$$\begin{aligned} 5x - [6x - (-17x)] &= 5x - [6x + 17x] \\ \Rightarrow 5x - 23x &= -18x \end{aligned}$$

11. $x(x - y + 2) + x(y - x)$
işleminin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2x$ B) $-xy + x$ C) $-xy + 2x$
D) $x^2 - xy$ E) $-xy$

$$x^2 - xy + 2x + xy - x^2 = 2x$$

12. $(x - y) \cdot (x + y) + y^2$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-x^2$ B) x^2 C) $-y^2$ D) y^2 E) $x^2 - y^2$

$$x^2 + xy - xy - y^2 + y^2 = x^2$$

13. $x = -2$ ve $y = 2$ için
 $x^3 + y^3 - xy + x + y$
işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} (-2)^3 + 2^3 - (-2) \cdot 2 + (-2) + 2 \\ -8 + 8 + 4 - 2 + 2 \\ 4 \end{aligned}$$

14. $a = 112$ olmak üzere
 $\frac{a^2 - 3a - 4}{a - 4}$
işleminin sonucu kaçtır?
- A) 113 B) 121 C) 132 D) 143 E) 152

$$\begin{aligned} \frac{(a - 4)(a + 1)}{a - 4} &= a + 1 \\ \Rightarrow 112 + 1 &= 113 \end{aligned}$$

15. $a = 3453$ olmak üzere
 $\frac{2a - 4a(-a) - 3a}{4 - a}$
ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -6472 B) -12 C) 1 D) 12 E) 6472

$$\frac{2a + 4 - 3a}{4 - a} = \frac{4 - a}{4 - a} = 1$$

16. $(x + y)^2 - (x - y)^2$
işleminin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2xy$ B) $4xy$ C) $x^2 - 4xy$
D) $x^2 + 4xy + y^2$ E) $x^2 - 4xy + y^2$

$$\begin{aligned} (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) \\ x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 \\ 4xy \end{aligned}$$

$$1. \frac{(-4)^3 \cdot 12^2}{(-4)^2 \cdot 2 \cdot 3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -96 B) -84 C) -80 D) -72 E) -64

$$\frac{-64 \cdot 144}{16 \cdot 6} = (-4) \cdot 24 = -96$$

$$2. 3.(x - 2) + 2.(x + 5) - 5.(x - 3)$$

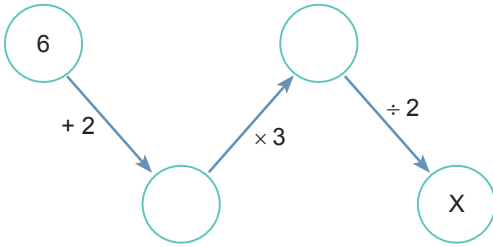
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x + 4 B) 19 C) 6x + 10
D) 17 E) x + 19

$$\begin{aligned} 3x - 6 + 2x + 10 - 5x + 15 \\ 5x + 4 - 5x + 15 \\ 19 \end{aligned}$$

3. Aritmetik işlemlerin yer aldığı bir oyunda oklar ve çemberlerden oluşmuş şekiller kullanılıyor.

Her şekilde okun yanında belirtilen işlem uygulanıp elde edilen sonuç okla gösterilen çember içerisine yazılıyor.



Buna göre, x kaçtır?

- A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 10

$$\frac{(6 + 2) \cdot 3}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

$$4. \frac{x^2 - y^2}{x + y} + x + y$$

ifadesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2x + y B) x + 2y C) 0
D) 2y E) 2x

$$\frac{(x - y) \cdot (x + y)}{x + y} + x + y = x - y + x + y = 2x$$

$$5. 24 : 6 \cdot (-2)$$

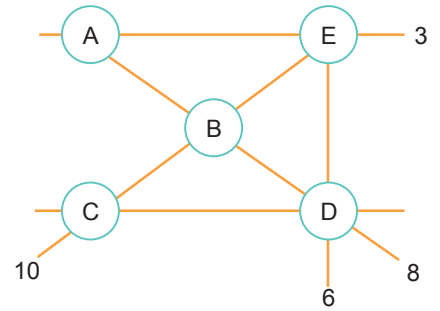
işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -2 D) 4 E) 6

$$\frac{24}{6} \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8$$

6. Doğrular ve Çemberler kullanılarak oluşturulan bu sayı oyunu ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Şekildeki çemberler üzerine 1 den başlanarak çember adedine kadar olan doğal sayılar yazılır.
- Çemberler üzerindeki sayılar birbirinden farklıdır.
- Aynı doğru üzerinde bulunan çemberler üzerinde bulunan sayıların toplamı bu doğru yanına yazılan sayıya eşittir.



Buna göre, B kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$A = 1, B = 3, C = 5, D = 4, E = 2 \text{ dir.}$$

7. $x = 24$ ve $y = -30$ olmak üzere

$$\frac{3}{4} \cdot x - \frac{5}{6} \cdot y$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 47 B) 46 C) 45 D) 44 E) 43

$$\frac{3}{4} \cdot 24 - \frac{5}{6} \cdot (-30)$$

$$3 \cdot 6 - 5 \cdot (-5) = 18 + 25 = 43$$

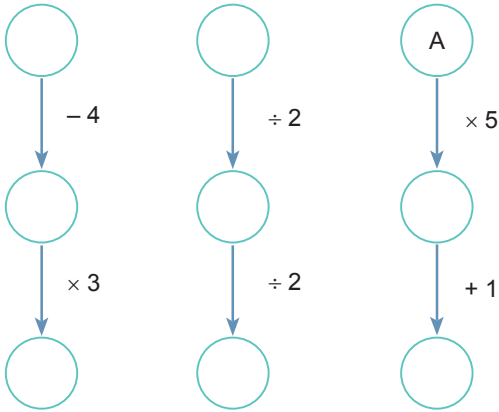
8. $(x - 2) \cdot (x + 3) - x^2$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x - 1$ C) $x - 4$
D) $x - 6$ E) $x - 8$

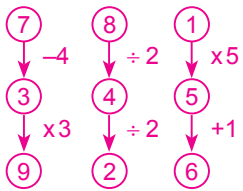
$$x^2 + 3x - 2x - 6 - x^2 = x - 6$$

9. 1 den 9 a kadar olan doğal sayılar, her çembere bir sayı gelecek şekilde yerleştirilecektir. Bu yerleştirmede okun çıktığı çemberdeki sayıya okun yanındaki işlem uygulanıp okun gösterdiği çemberin içine yazılacaktır.



Buna göre, A harfinin olduğu çembere hangi sayı gelir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



10. $[(-1) \cdot (-2) + (-2) \cdot (-3)] : [5^0 + (-1)^4]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$[2 + 6] : [1 + 1] = 8 : 2 = 4$$

11. $2a - 1 = 7$ olduğuna göre

$$\frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

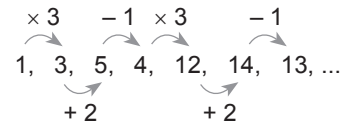
işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$$2a - 1 = 7 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$\frac{4^3 - 1}{4^2 + 4 + 1} = \frac{63}{21} = 3$$

12. Birinci terimi 1 olan bir sayı dizisinin diğer terimleri, verilen kurala göre belirlenmektedir.



Buna göre, bu sayı dizisinin 12. terimi kaçtır?

- A) 120 B) 121 C) 122 D) 363 E) 365

$$1, 3, 5, 4, 12, 14, 13, 39, 41, 40, 120, 122$$

GERÇEK SAYILAR

Temel Kavramlar

Örnek 21:

x ve y doğal sayılar olmak üzere

$$x + y = 24$$

olduğuna göre, x.y çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

$$x = y = 12 \text{ için } x.y \text{ en büyük } 12.12 = 144$$

Cevap: 144

$$x = 0, y = 24 \text{ için } x.y \text{ en küçük } 0.24 = 0$$

$$144 + 0 = 144 \text{ tür.}$$

Örnek 22:

x ve y doğal sayılar olmak üzere

$$x.y = 45$$

olduğuna göre, x + y toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

$$x = 9, y = 5 \text{ veya } x = 5, y = 9 \text{ için } x + y \text{ en küçük } 14 \text{ olur.}$$

Cevap: 60

$$x = 1, y = 45 \text{ veya } x = 45, y = 1 \text{ için } x + y \text{ en büyük } 46 \text{ olur.}$$

$$14 + 46 = 60 \text{ bulunur.}$$

Örnek 23:

x bir reel sayı, A ve B doğal sayılardır.

$$A = 16 - x$$

$$B = 14 + x$$

olduğuna göre, A.B çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

$$A + B = 16 - x + 14 + x$$

Cevap: 225

$$A + B = 30 \text{ dur.}$$

$$A = B = 15 \text{ için } A.B \text{ en büyük } 225 \text{ olur.}$$

Örnek 24:

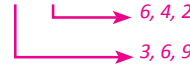
x ve y sayma sayılarıdır.

$$2x + 3y = 24$$

olduğuna göre, bu koşulu sağlayan kaç farklı (x,y) sıralı ikilisi vardır?

$$2x + 3y = 24$$

Cevap: 3



olduğundan (3, 6), (6, 4), (9, 2) olmak üzere 3 sıralı ikili vardır.

Örnek 25:

a ve b pozitif doğal sayılardır.

$$3a + b = 124$$

olduğuna göre, b en çok kaçtır?

b'nin en çok olması için 3a en az olmasıdır.

Cevap: 121

a = 1 için 3 + b = 124 den b en çok 121 dir.

Örnek 26:

İki basamaklı üç doğal sayının toplamı 74 tür.

Buna göre, en büyük sayı en çok kaçtır?

a, b ve c iki basamaklı doğal sayılar olsun.

Cevap: 54

a + b + c = 74 olur. a = 10, b = 10 için c en çok 54 olur.

Örnek 27:

İki basamaklı birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 250 dir.

Buna göre, en küçük sayı en az kaçtır?

a, b ve c iki basamaklı doğal sayılar olsun a + b + c = 250 dir. a = 99,

b = 98 için c en az 53 olur.

Cevap: 53

Örnek 28:

İki basamaklı birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 240 dır.

Buna göre,

- a) En büyük sayı en az kaçtır?
b) En küçük sayı en çok kaçtır?

Sayılar birbirlerine yakın seçilir ise
79, 80, 81

Cevap: 81, 79

- a) en büyük sayı en az 81 dir.
b) en küçük sayı en çok 79 dur.

Örnek 29:

x, y ve z birer pozitif tam sayıdır.

$$2x + 3y - z = 94$$

olduğuna göre, x sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

z = 1 için 2x + 3y = 95 olur.

Cevap: 1

y en çok 31 olduğundan x sayısının en küçük değeri

$$2x + 3 \cdot 31 = 95 \Rightarrow x = 1 \text{ olur.}$$

Örnek 30:

a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

Buna göre;

$$\frac{4}{a} + \frac{8}{b} + \frac{13}{c}$$

ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

c = 1, b = 2 ve a = 4 için ifadenin en büyük tam sayı değeri

Cevap: 18

$$\frac{4}{4} + \frac{8}{2} + \frac{13}{1} = 18 \text{ olur.}$$

Örnek 31:

a ve b pozitif tam sayılardır.

$$\frac{12}{a} + b = 20$$

olduğuna göre, b nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

Cevap: 6

$$\frac{12}{a} + b = 20$$

→ 8, 14, 16, 17, 18, 19
→ 1, 2, 3, 4, 6, 12

b nin 6 farklı değeri vardır.

Örnek 32:

x ve y tam sayılardır.

$$x = 3 + \frac{10}{y}$$

olduğuna göre, bu koşula uygun kaç farklı (x, y) sıralı ikilisi vardır?

Cevap: 8

$$x = 3 + \frac{10}{y}$$

→ 1, 2, 5, 10, -1, -2, -5, -10
→ 13, 8, 5, 4, -7, -2, 1, 2

8 farklı (x, y) ikilisi vardır.

Örnek 33:

x ve y doğal sayılardır.

$$x = \frac{2y + 20}{y - 2}$$

olduğuna göre, y nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

Cevap: 8

$$x = 2 + \frac{24}{y-2} \quad \frac{2y+20}{y-2} = \frac{2y-4}{2} + \frac{y-2}{2}$$

$$y-2 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$$

$$y \rightarrow 3, 4, 5, 6, 8, 10, 14, 26$$

8 farklı y değeri vardır.

Örnek 34:

a ve b tam sayılardır.

$$2a = 7b$$

olduğuna göre, a + b toplamının iki basamaklı doğal sayı değeri en az kaçtır?

$2a = 7b$ ise $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere

$a = 7k$ ve $b = 2k$ o hâlde $a + b = 9k$ dir.

$k = 2$ için $a + b$ en az 18 dir.

Cevap: 18

Örnek 35:

a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$2a = 3b$$

$$5b = 3c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

Cevap: 25

$$\begin{array}{l} 2a = 3b \\ 5b = 3c \end{array}$$

b, hem 2 hem de 3 ün katı olmak zorunda olduğundan en az 6 olur.

$$2a = 3.6 \Rightarrow a = 9$$

$$5.6 = 3c \Rightarrow c = 10$$

$$a + b + c = 9 + 6 + 10 = 25$$

Örnek 36:

a, b ve c negatif tam sayılardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

Cevap: -23

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5} \text{ ve } \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

a hem 2 hem de 3 ün katı olmak zorunda olduğundan en çok -6 dir.

$$\frac{-6}{b} = \frac{2}{5} \Rightarrow b = -15$$

$$\frac{c}{-6} = \frac{1}{3} \Rightarrow c = -2$$

$$a + b + c = -6 - 15 - 2 = -23 \text{ olur}$$

Örnek 37:

a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$a.b = 12$$

$$b.c = 16$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

Cevap: 29

Her iki denklemin ortak elemanı olan b en az 1 seçilir ise $a = 12$, $b = 1$, $c = 16$ olur.

$a + b + c$ en çok 29 bulunur.

Örnek 38:

a, b ve c negatif tam sayılardır.

$$a.b = 32$$

$$a.c = 20$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

Cevap: -17

Her iki denklemin ortak elemanı olan a en az -4 seçilir ise $a = -4$, $b = -8$, $c = -5$ olur.

$a + b + c$ en çok -17 bulunur.

Örnek 39:

x, y ve z pozitif tam sayılardır.

$$x - y = 1$$

$$x - z = 4$$

olduğuna göre, x + y + z toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

Cevap: 10

$z = 1$ seçilir ise $x = 5$ ve $y = 4$ olur.

$x + y + z$ toplamı en küçük 10 dur.

Örnek 40:

a, b ve c birer tam sayıdır.

Buna göre,

$$3a + 2b - 4c$$

ifadesinde

a sayısı 4 artırılır

b sayısı 6 azaltılır

c sayısı 2 azaltılır

ise ifadenin sonucu kaç artar?

a, 4 artırılır ise $a = +4$

b, 6 azaltılır ise $b = -6$

c, 2 azaltılır ise $c = -2$ alınır.

$$\begin{aligned} 3a + 2b - 4c &= 3.4 + 2.(-6) - 4.(-2) \\ &= 12 - 12 + 8 \\ &= 8 \end{aligned}$$

ifade 8 artar

Cevap: 8

Örnek 41:

x, y ve z birer tam sayıdır.

$$x + y - z = 0$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 11 B) 15 C) 17 D) 20 E) 23

$$x + y = z \Rightarrow x + y + z$$

$$\begin{aligned} & z + z \\ & 2z \end{aligned}$$

o hâlde $x + y + z = 20$ olabilir.

Cevap: 20

Örnek 42:

x ve y tam sayılar olmak üzere

> $\frac{y}{x}$ tam sayıdır.

> $0 < x < y < 5$ dir.

Buna göre, x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

$\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{1}$ olmak üzere 2 farklı x vardır.

Cevap: 2

Örnek 43:

x, y ve z rakam olmak üzere

$$x.y.z = 70$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının değeri kaçtır?

$x = 7, y = 5, z = 2$ için $x + y + z = 14$ tür.

Cevap: 14

Örnek 44:

$$xy - 2x - 3y - 10 = 0$$

denklemini sağlayan kaç farklı (x,y) tam sayı ikilisi vardır?

$$xy - 3y = 2x + 10$$

$$y(x - 3) = 2x + 10$$

$$y = \frac{2x + 10}{x - 3}$$

$$x - 3 \in \{1, 2, 4, 8, 16, -1, -2, -4, -8, -16\}$$

$$x \in \{4, 5, 7, 11, 19, 2, 1, -1, -5, -13\}$$
 olmak üzere 10 tanedir.

$$y = 2 + \frac{16}{x - 3}$$

Cevap: 10

Örnek 45:

a ve b pozitif gerçel sayılardır.

$$a \cdot b = 10$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 4 B) $\sqrt{41}$ C) 7 D) $2\sqrt{13}$ E) 8

Cevap: 4

$a = b = \sqrt{10}$ için $a + b$ en az $2\sqrt{10}$ olur. $4 < 2\sqrt{10}$ olduğundan $a + b = 4$ olamaz.