

## KÜMELER

Küme Tanımı, Gösterim Biçimleri, Küme Çeşitleri  
Kümelerde İşlemler

### ➤ KÜMELER

- Birbirinden farklı iyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna **küme** denir.
- Kümedeki her bir eleman küme içerisine bir kez yazılır.
- Küme içerisindeki elemanların yer değiştirmesi kümeyi değiştirmez.
- A kümesinin eleman sayısı  $s(A)$  ile gösterilir.
- $x$ , A kümesinin elemanı ise  $x \in A$  ile gösterilir.
- $x$ , A kümesinin elemanı değil ise  $x \notin A$  şeklinde gösterilir.

#### Örnek 1:

$$A = \{1, 2, 3, 4, \{1, 4\}\}$$

kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $s(A) = 5$       B)  $1 \in A$       C)  $\{2\} \in A$   
D)  $6 \notin A$       E)  $\{4, 5\} \notin A$

$s(A) = 5$ ,  $1 \in A$ ,  $6 \notin A$ ,  $\{4, 5\} \notin A$   
ifadeleri doğru  $\{2\} \in A$  yanlıştır.

Cevap: C

### ➤ Kümelerin Gösterimi

#### 1. Liste Yöntemi

Kümeyle ait olan elemanların  $\{ \}$  parantezi içerisine birbirinden ayrılmaları için virgül kullanılarak yazılması ile oluşan gösterim türüdür.

#### Örnek 2:

"MÜKEMMEL"

kelimesinin harflerinin oluşturduğu kümeyi liste yöntemi ile yazınız ve eleman sayısını bulunuz.

Kümenin adı A olsun

Cevap: 5

$A = \{M, Ü, K, E, L\}$  ve  $s(A) = 5$  bulunur.

#### 2. Venn Şeması Yöntemi

Kümenin elemanlarının kapalı bir eğri içerisine başlarına nokta konularak yazılması ile oluşan gösterim türüne "Venn Şeması Yöntemi" denir.

#### Örnek 3:

Altıdan büyük rakamların kümesini Venn şeması ile gösteriniz.



#### 3. Ortak Özellik Yöntemi

Kümenin elemanlarının var olan ortak özellikleri yardımıyla ifade edilmesine "Ortak Özellik Yöntemi" denir.

- $A = \{x | f(x)\}$  biçiminde gösterilir.

**Örnek 4:**

$$A = \{x \mid 1 < x < 15, x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$$

Yukarıda ortak özellik yöntemiyle gösterilen kümeyi liste yöntemi ile yazınız.

$$\text{Cevap: } A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$1 < x < 15$  aralığında 2 ile tam bölünebilen doğal sayılardan oluşan kümedir.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\} \text{ elde edilir.}$$

**Örnek 5:**

$$B = \{x: x^3 < 72, x \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre,  $s(B)$  kaçtır?

$x^3 < 72$  koşulunu sağlayan doğal sayıların kümesi

Cevap: 5

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \text{ olduğundan } s(B) = 5 \text{ bulunur.}$$

**Örnek 6:**

$$C = \{x \mid |x - 1| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$|x - 1| < 3 \Rightarrow -3 < x - 1 < 3$$

Cevap: 5

$$\Rightarrow -3 + 1 < x < 3 + 1$$

$$\Rightarrow -2 < x < 4$$

$$C = \{-1, 0, 1, 2, 3\} \text{ olduğundan } s(C) = 5 \text{ bulunur.}$$

**Örnek 7:**

$$A = \{x: 0 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y: y = x + 1, x \in A, y \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, B kümesinin elemanlarının toplamı kaçtır?

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

Cevap: 14

$$y = x + 1 \Rightarrow x = 1 \text{ için } y = 2$$

$$x = 2 \text{ için } y = 3$$

$$x = 3 \text{ için } y = 4$$

$$x = 4 \text{ için } y = 5 \text{ olur.}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$2 + 3 + 4 + 5 = 14 \text{ bulunur.}$$

$$A = \{x: 12 \leq x < 312, x = 6n, n \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre,  $s(A)$  kaçtır?

**► Küme Çeşitleri****1. Boş Küme**

Hiçbir elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir.  $\{\}$  veya  $\emptyset$  biçiminde gösterilir.

**Örnek 8:**

$$A = \{x: x^2 < 0, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesini liste yöntemini kullanarak yazınız.

$$\text{Cevap: } A = \{\}$$

Karesi sıfırdan küçük olan herhangi bir tam sayı olmadığından küme boş kümedir.  $A = \{\}$

**2. Sonlu ve Sonsuz Küme**

Eleman sayısı sonlu olan kümelere **sonlu küme**, eleman sayısı sonlu olmayan (sonsuz olan) kümelere **sonsuz küme** denir.

**Örnek 9:**

$$\text{I. } A = \{x: x > 3, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$\text{II. } B = \{x: 1 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$$

$$\text{III. } C = \{1, 3, 5, 7, 9 \dots\}$$

Yukarıda verilen kümelerin hangileri sonlu kümedir?

$$A = \{4, 5, 6, 7 \dots\}$$

Cevap: A ve C

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9 \dots\}$$

A ve C kümelerinin eleman sayıları sonlu olmadığından sonsuz kümeler, B nin eleman sayısı sonlu olduğundan sonlu kümedir.

**3. Eşit Küme**

Elemanları aynı olan kümelere **eşit küme** denir. A ve B kümeleri eşit olduğunda  $A = B$  biçiminde gösterilir.

$$\begin{array}{r} \overbrace{1 \dots 12 \dots 312}^{51} \\ \underbrace{\phantom{1 \dots 12 \dots 312}}_1 \\ \hline 311 \overline{) 6} \\ - 306 \overline{) 51} \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \overline{) 6} \\ - 6 \overline{) 1} \\ \hline 5 \end{array} \quad s(B) = 51 - 1 = 50$$

**Örnek 10:**

$$A = \{x \mid x > 0, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesi aşağıdaki sayı kümelerinden hangisine eşittir?

- A)  $\mathbb{Z}$     B)  $\mathbb{N}$     C)  $\mathbb{N}^+$     D)  $\mathbb{R}$     E)  $\mathbb{Z}^-$

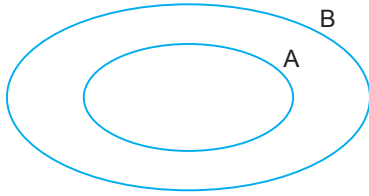
Cevap: C

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

kümesi ile  $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  kümesinin bütün elemanları aynı olduğundan eşit kümelerdir.

**4. Alt Küme**

A ve B gibi iki kümeden A kümesinin bütün elemanları B kümesinin de elemanları ise **A kümesi B kümesinin alt kümesidir** denir ve  $A \subset B$  veya  $A \subseteq B$  şeklinde gösterilir. Aynı durum için **B kümesi A kümesini kapsar** denir ve  $B \supset A$  veya  $B \supseteq A$  şeklinde gösterilir.

**Örnek 11:**

$$A = \{a, b, c\}$$

kümesinin bütün alt kümelerini yazınız.

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

**Örnek 12:**

$$A = \{a, b, \{a, b\}, c, \{a, b, c\}\}$$

kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $a \in A$     B)  $\{a, b\} \in A$     C)  $\{a\} \subset A$   
D)  $b \subset A$     E)  $A \supseteq \{c\}$

Cevap: D

Bir eleman herhangi bir kümenin alt kümesi olamaz. Yani  $b \subset A$  ifadesi yanlıştır. Doğru ifade  $\{b\} \subset A$  olmalıdır.

**Not**

n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı  $2^n$  dir.

**Örnek 13:**

$$A = \{1, 2, a, b, c\}$$

kümesinin

a) Alt küme sayısı kaçtır?

a) Alt küme sayısı  $= 2^{s(A)} = 2^5 = 32$  dir.

b) Alt kümelerinin kaç tanesinde "1" eleman olarak bulunur?

b) 1 elemanı oluşacak alt kümelerde bulunmak zorunda olduğundan "1" elemanı yok sayılmalıdır.

$$2^5 - 1 = 2^4 = 16 \text{ bulunur.}$$

c) Alt kümelerinin kaç tanesinde "a" eleman olarak bulunmaz?

c) a elemanı oluşacak alt kümelerde bulunmayacağından geriye kalan elemanlar kullanılarak

$$2^5 - 1 = 2^4 = 16 \text{ bulunur.}$$

d) Alt kümelerinin kaçında "a" eleman olarak bulunur ancak "2" eleman olarak bulunmaz?

d) oluşacak alt kümelerin içerisinde a bulunur 2 bulunmaz ise a ve 2 dışındaki elemanlar kullanılarak

$$2^5 - 2 = 2^3 = 8 \text{ bulunur.}$$

e) Alt kümelerinin kaçında "b" ve "c" birlikte bulunur?

e) A kümesinin b ve c dışında 3 elemanı vardır. Bu üç elemanla  $2^3 = 8$  tane alt küme yazılır.

Cevap: 32, 16, 16, 8, 8

## Not

► **n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt küme sayısı**

$$\binom{n}{r} = C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

**kadardır.**

►  $\binom{n}{n} = 1$ ,  $\binom{n}{0} = 1$ ,  $\binom{n}{1} = n$ ,  $\binom{n}{n-1} = n$

► **n elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı**

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

## Örnek 14:

$$A = \{1, 2, a, 3, 5, 7\}$$

kümesinin

a) **2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

$$a) \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

b) **en az 5 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

$$b) \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 6 + 1 = 7$$

c) **en çok 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

$$c) \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} = 1 + 6 + \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 1 + 6 + 15 = 22$$

d) **4 elemanlı alt kümelerinin kaçında "3" eleman olarak bulunur?**

d) "3" elemanı kümede 1 yer kaplayacağından kalan 5 elemanın 3 ü seçilir.

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$$

e) **3 elemanlı alt kümelerinin kaçında "3" ve "a" bulunmaz?**

e) "3" ve "a" bulunmayacağından kalan 4 elemanın 3 ü seçilir.

$$\binom{4}{3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = 4$$

Cevap: 15, 7, 22, 10, 4

$$\{1, 2, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

**koşulunu sağlayan kaç farklı A kümesi yazılabilir?**

## Örnek 15:

"Çözüm"

kelimesinin harfleri ile oluşturulan bir kümenin

a) **Alt kümelerinin kaçında z veya m bulunur?**

(Tüm alt küme sayısı) – (z ve m'nin bulunmadığı alt küme sayısı)

$$a) 2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$$

b) **3 elemanlı alt kümelerinin kaçında z veya m bulunur?**

$$b) \binom{5}{3} - \binom{3}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 - 1 = 9$$

Cevap: 24, 9

## Not

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{m}$$

ise  $r = m$  veya  $n = r + m$  dir.

## Örnek 16:

**4 elemanlı alt küme sayısı 7 elemanlı alt kümesine eşit olan bir kümenin en az 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

Cevap: 2036

$$\binom{n}{4} = \binom{n}{7} \Rightarrow n = 4 + 7 = 11$$

$$\binom{11}{0} + \binom{11}{1} + \binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \dots + \binom{11}{11} = 2^{11}$$

$$1 + 11 + \binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \dots + \binom{11}{11} = 2^{11}$$

$$\binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \dots + \binom{11}{11} = 2^{11} - 12 = 2036$$

A kümesi içerisinde {1, 2, 3} elemanları olmak zorunda olduğundan {4, 5, 6, 7} kümesinin alt küme sayısı olan  $2^4 = 16$  tane A kümesi yazılabilir.

1.  $A = \{x: -2 \leq x < 4 \text{ ve } x \text{ tam sayı}\}$   
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- A)  $0 \in A$       B)  $s(A) = 6$       C)  $-2 \in A$   
D)  $4 \notin A$       E)  $-3 \in A$

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  olduğundan  $-3 \in A$  yanlıştır.

2.  $A = \{x: 4 < 2x < 12, x \in \mathbb{N}\}$   
olduğuna göre,  $s(A)$  kaçtır?
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

$$4 < 2x < 12 \Rightarrow \frac{4}{2} < x < \frac{12}{2} \Rightarrow 2 < x < 6$$

$$A = \{3, 4, 5\}$$

$$s(A) = 3$$

3.  $A = \{x: x \cdot y = 12, x \in \mathbb{N} \text{ ve } y \in \mathbb{N}\}$   
kümesinin liste biçiminde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\{3, 4, 6\}$       B)  $\{1, 2, 3\}$       C)  $\{1, 2, 3, 4\}$   
D)  $\{2, 3, 4, 6, 12\}$       E)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$  ve  $x \cdot y = 12$  koşulunu sağlayan  $(x, y)$  sıralı ikilileri  $(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)$  olduğundan  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  dir.

4.  $A = \{x: 1 < x < 115 \text{ ve } x = 10n, n \in \mathbb{Z}\}$   
kümesinin eleman sayısı kaçtır?
- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

$$A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110\}$$

$$s(A) = 11 \text{ bulunur.}$$

Ya da  $115 \begin{array}{l} | 10 \\ | 11 \end{array}$  olduğundan 1 ile 115 arasında 11 tane 10 sayısının katı

vardır.

5.  $A = \{x: 2x + y = 10, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$   
olduğuna göre, A kümesinin alt küme sayısı kaçtır?
- A) 128      B) 64      C) 32      D) 16      E) 8

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  olduğundan alt küme sayısı  $2^6 = 64$  tür.

6. Aşağıdakilerden hangisi sonsuz kümedir?

- A)  $\{13532 \text{ sayısının rakamları}\}$   
B)  $\{\text{Yılın E ile başlayan ayları}\}$   
C)  $\{x: 1 < x < 10, x \in \mathbb{R}\}$   
D)  $\{x: x < 7, x \in \mathbb{N}\}$   
E)  $\{x: x = 2n, n \text{ bir rakam}\}$

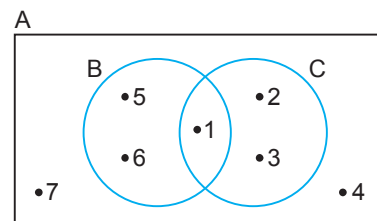
$1 < x < 10$  aralığında sonsuz sayıda reel sayı olduğundan C seçeneğindeki küme sonsuz kümedir.

7.  $A = \{\text{ö, z, g, ü, r}\}$   
kümesinin alt kümelerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A)  $\{\text{ö, z}\}$       B)  $\{z\}$       C)  $\{\}$   
D)  $\{g, ü, r\}$       E)  $\{k, ü, r\}$

$k \notin A$  olduğundan  $\{k, ü, r\} \not\subset A$  dir.

- 8.



Yukarıdaki şemada verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $s(A) = 7$       B)  $s(B) = 3$       C)  $s(C) = 3$   
D)  $5 \in A$       E)  $1 \notin B$

Şemaya göre  $1 \in B$  dir.  $1 \notin B$  yanlıştır.

9. A kümesinin kendisi hariç 255 tane alt kümesi olduğuna göre,  $s(A)$  kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$\begin{aligned} s(A) = n \text{ olsun } 2^n - 1 &= 255 \\ 2^n &= 256 \\ n &= 8 \text{ dir.} \end{aligned}$$

10. 10 elemanlı bir kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

A) 144 B) 120 C) 100 D) 96 E) 72

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

11. A ve B eşit kümelerdir.

A kümesinin alt küme sayısı 32 olduğuna göre, B kümesinin 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

A) 28 B) 21 C) 20 D) 15 E) 10

$$\begin{aligned} A = B \text{ ise } s(A) = s(B) &= n \text{ dir.} \\ 2^n = 32 \text{ ise } n = 5 \text{ olur. } \binom{5}{2} &= \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 \end{aligned}$$

12.  $A = \{k, a, l, e, m\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde "k" eleman olarak bulunur "a" eleman olarak bulunmaz?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 24 E) 32

k ve a dışında kalan 3 eleman ile  $2^3 = 8$  tane alt küme oluşturulur.

13.  $A = \{1, 2, 3, a, b, c\}$   
 $B = \{2, a, n, 5, 1, 7\}$

kümelerinin alt kümelerinin kaç tanesi eşit kümelerdir?

A) 64 B) 32 C) 16 D) 8 E) 4

Ortak eleman olan  $\{1, 2, a\}$  nin oluşturduğu  $2^3 = 8$  tane küme eşit kümedir.

14.  $A = \{x: 1 < x^2 < 27, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde "3" eleman olarak bulunmaz?

A) 15 B) 21 C) 28 D) 35 E) 42

$A = \{-5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5\}$   
3 eleman olarak bulunmayacağından kalan 7 elemanın 3 ü seçilir.

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

15. Bir A kümesinin 3 elemanlı alt küme sayısı 2 elemanlı alt küme sayısına eşittir.

Buna göre, A kümesinin en çok 1 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$s(A) = n \text{ olsun } \binom{n}{3} = \binom{n}{2} \text{ ise } n = 3 + 2 = 5 \text{ tir.}$$

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} = 5 + 1 = 6$$

16. Alfabemizin sesli harfleri kullanılarak oluşturulan A kümesinin en az 6 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

$A = \{a, e, i, u, ü, o, ö\}$

$$\begin{aligned} \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} &= \binom{8}{2} + \binom{8}{1} + \binom{8}{0} \\ &= 28 + 8 + 1 \\ &= 37 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1.  $A = \{1, 3, 5, 7, 10\}$   
 $B = \{5, 7\}$   
 $C = \{5, 3, 7, 10, 1\}$

kümeleri için,

I.  $B \subseteq A$

II.  $A = C$

III.  $A \supset C$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) I ve III      E) I, II ve III

$B \subseteq A, A = C$  ve  $A \supset C$  dir.

2.  $n$  bir tam sayı olmak üzere

$$A = \{x: 3 < x < n, x = 4m, m \in \mathbb{Z}\}$$

kümesinin eleman sayısı 6 olduğuna göre,  $n$  en fazla kaçtır?

- A) 25      B) 26      C) 27      D) 28      E) 30

$s(A) = 5$  ise  $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$  dir. Kümenin en büyük elemanı 24 olduğunda  $n$  en fazla 28 olur.

3.  $n$  elemanlı bir kümenin alt küme sayısı  $2^{3n-12}$  dir.

Bu kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

- A) 8      B) 10      C) 15      D) 18      E) 21

$$2^n = 2^{3n-12} \Rightarrow 3n - 12 = n \Rightarrow n = 6 \text{ dir.}$$

$$\binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

4. Bir kümenin eleman sayısı 3 artırılınca alt küme sayısı 112 artıyor.

Buna göre, bu kümenin ilk durumdaki eleman sayısı kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

$$2^{n+3} - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n(2^3 - 1) = 112$$

$$\Rightarrow 2^n = 16$$

$$\Rightarrow n = 4$$

5.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

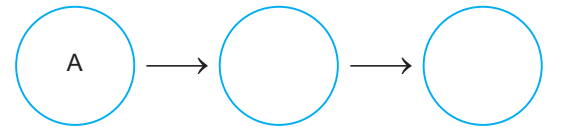
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde sadece tek sayılar bulunur?

- A) 64      B) 48      C) 32      D) 16      E) 15

$\{1, 3, 5, 7\}$  elemanları ile  $2^4 = 16$  tane küme oluşur.

Boş kümede tek sayı bulunmayacağından  $16 - 1 = 15$  olur.

6. Çember ve oklar ile oluşturulan şemanın kuralları aşağıda verilmiştir.



Yukarıdaki şekilde birinci çember içerisine bir  $A$  kümesinin elemanları yazılıyor.

Bir önceki çemberde bulunan kümenin alt kümeleri ok ile gösterilen çember içerisine küme biçiminde yazılıyor. Bu işlem son çembere kadar devam ediyor.

Buna göre  $A = \{1, 2, 3\}$  kümesi için son çember içeriğinde bulunan kümenin elemanlarının sayısı kaçtır?

- A) 64      B) 128      C) 256      D) 512      E) 1024

2. çemberin eleman sayısı  $2^3 = 8$

3. çemberin eleman sayısı  $2^8 = 256$  olur.

7.  $n$  elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı 36 olduğuna göre  $n$  kaçtır?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

$$\binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n(n-1) = 72$$

$$n(n-1) = 9 \cdot 8$$

$$n = 9$$

8.  $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 90      B) 84      C) 80      D) 72      E) 64

İçerisinde  $-1$  bulunan üç elemanlı alt küme sayısı  $\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$  dur.

Yani her bir elemandan kümeler içerisinde 10 ar tane vardır.

$$(-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4) \cdot 10 = 90$$

9.  $A = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesi  $\{3, 4\}$  kümesini kapsar?

- A) 4      B) 8      C) 16      D) 32      E) 64

$\{3, 4\} \subset B \subset A$  koşulunu sağlayan  $B$  kümeleri  $2^4 = 16$  tane dir.

10.  $A = \{m, n, p, r, s, t\}$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde "m" ya da "n" eleman olarak bulunur?

- A) 12      B) 15      C) 16      D) 18      E) 21

İçinde sadece  $m$  bulunanlar  $\binom{4}{2} = 6$

İçinde sadece  $n$  bulunanlar  $\binom{4}{2} = 6$

"m" ya da "n" bulunanlar  $6 + 6 = 12$  dir.

11.  $A = \{1, 2, a, b, c, d\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinin eleman sayısı tek sayıdır?

- A) 28      B) 30      C) 32      D) 36      E) 48

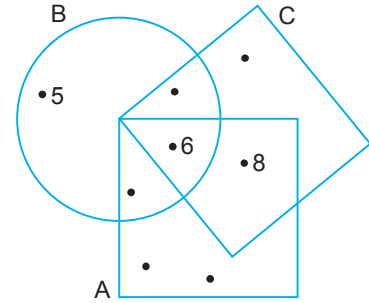
$$\binom{6}{1} + \binom{6}{3} + \binom{6}{5} = 6 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \binom{6}{1}$$

$$= 6 + 20 + 6$$

$$= 32$$

12. Aşağıdaki A, B ve C kümelerinin elemanları

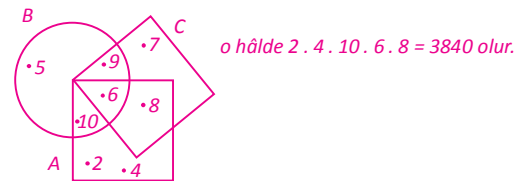
$\{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  kümesinin elemanlarından oluşmaktadır.



5, 6 ve 8 sayıları kümelere yerleştirilmiştir. Bu kümelerin her birinin elemanlarının toplamı 30 dur.

Şekildeki her bir nokta o bölgede bulunan eleman sayısını gösterdiğine göre A kümesinin elemanları çarpımı kaçtır?

- A) 3400      B) 3540      C) 3600      D) 3800      E) 3840

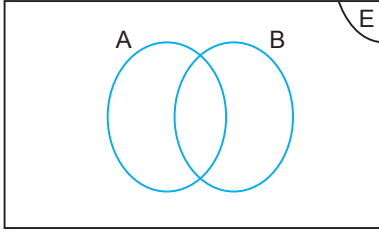


o hâlde  $2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 8 = 3840$  olur.



## ➤ EVRENSEL KÜME

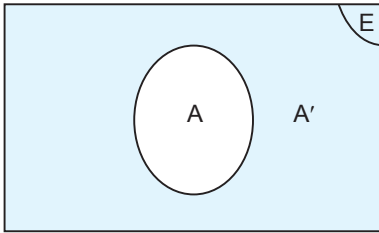
Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan en dar küme-ye **evrensel küme** denir. Evrensel küme genellikle "E" harfi ile gösterilir.



$$A \subset E \text{ ve } B \subset E$$

## ➤ Bir Kümenin Tümlenyeni

A evrensel kümenin bir alt kümesi olmak üzere evrensel küme-ye ait fakat A kümesine ait olmayan elemanların kümesine **A'nın tümlenyeni** denir. A'nın tümlenyeni  $\bar{A}$  veya  $A'$  ile gösterilir.



$$A' = \{x \mid x \notin A \text{ ve } x \in E\}$$

### Örnek 17:

E evrensel küme olmak üzere

$$E = \{x: 2 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{4, 7, 9\}$$

olduğuna göre,  $A'$  kümesini liste yöntemini kullanarak oluşturunuz.

$$E = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A' = \{3, 5, 6, 8\} \text{ olur.}$$

$$\text{Cevap: } A' = \{3, 5, 6, 8\}$$

## Not

A kümesi E evrensel kümesinin alt kümesi ise

$$s(A) + s(A') = s(E) \text{ dir.}$$

### Örnek 18:

A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(B') = 37$$

$$s(A') + s(B) = 23$$

olduğuna göre evrensel kümenin eleman sayısı kaçtır?

$$\begin{array}{r} s(A) + s(B') = 37 \\ + \quad s(A') + s(B) = 23 \\ \hline s(A) + s(A') + s(B) + s(B') = 60 \\ s(E) + s(E) = 60 \\ s(E) = 30 \text{ olur.} \end{array}$$

Cevap: 30

### Örnek 19:

- I. Bir kümenin tümlenyenin tümlenyeni kendisidir.
- II. Boş kümenin tümlenyeni evrensel kümedir.
- III. Evrensel kümenin tümlenyeni boş kümedir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

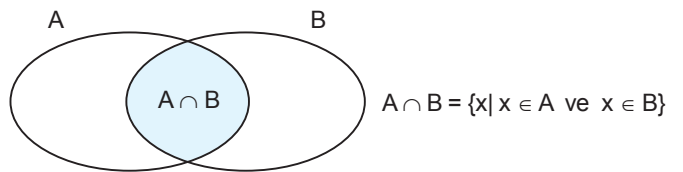
Cevap: I, II, III

$(A')' = A$ ,  $E' = \emptyset$ ,  $\emptyset' = E$  olduğundan hepsi doğrudur.

## ➤ Kümelerde İşlemler

### 1. Kümelerin Kesişimi

A ve B kümelerinin ortak elemanlarının oluşturduğu küme-ye **kesişim kümesi** denir.  $A \cap B$  şeklinde gösterilir.



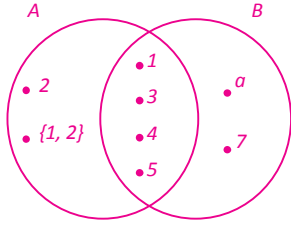
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

**Örnek 20:**

$$A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, 4, 5\}$$

$$B = \{1, 3, a, 4, 5, 7\}$$

olduğuna göre,  $A \cap B$  kümesini venn şeması kullanarak bulunuz.

**Örnek 21:**

$$A = \{x: 1 < x < 20, x \text{ tek tam sayı}\}$$

$$B = \{x: x < 10, x \in \mathbb{N}\}$$

kümeleri için  $A \cap B$  kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$$

Cevap: 4

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7, 9\}$$

$$s(A \cap B) = 4$$

**Örnek 22:**

$$A = [3, 10)$$

$$B = [4, 12]$$

olduğuna göre,  $A \cap B$  kümesini bulunuz.



$$A \cap B = [4, 10) \text{ olur.}$$

$$A = \{x : x \text{ asal sayı}\}$$

$$B = \{y : y = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d, a, b, c, d \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre  $A \cap B$  kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

**Örnek 23:**

$$A = \{x: 2 < x < 100, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y: 5 < y < 120, y = 2m, m \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre,  $A \cap B$  kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

$$A \cap B = \{x: 5 < x < 100, x = 6n, n \in \mathbb{Z}\}$$

Cevap:  $2^{16}$ 

$$\begin{array}{r} 0 \\ 1 \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots 100 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \overline{) 6} \\ \underline{96} \\ 16 \end{array} \Rightarrow s(A \cap B) = 16$$

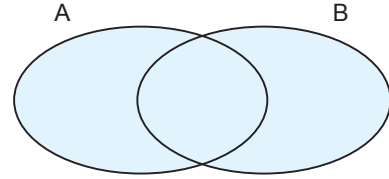
Alt küme sayısı  $2^{16}$  dir.

**Not**

Kesişimleri boş küme olan kümelere ayrık kümeler denir.

**2. Kümelerin Birleşimi**

A ve B kümelerinin ortak olan veya ortak olmayan elemanlarının oluşturduğu kümeye **birleşim kümesi** denir.  $A \cup B$  şeklinde gösterilir.



$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

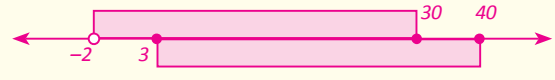
**Örnek 24:**

Aşağıda verilen kümelerin birleşim kümelerini bulunuz.

a)  $A = \{3, 4, 5, a\}$  ve  $B = \{1, 3, b\}$

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, a, b\}$$

b)  $C = (-2, 30]$  ve  $D = [3, 40]$



$$A \cup B = (-2, 40]$$

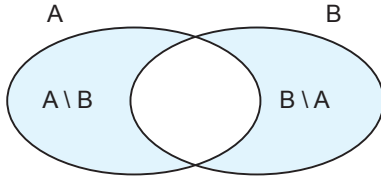
Cevap:  $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, a, b\}$ ,  $A \cup B = (-2, 40]$

a	b	c	d	y	$A \cap B$
0	0	0	1	7	7
0	0	1	0	5	5
0	1	0	0	3	3
1	0	0	0	2	2

$$2^4 = 16$$

### 3. İki Kümenin Farkı

A ve B iki küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların kümesine **A fark B kümesi** denir.  $A \setminus B$  veya  $A - B$  şeklinde gösterilir.



$$A \setminus B = \{x: x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

$$B \setminus A = \{x: x \in B \text{ ve } x \notin A\}$$

#### Örnek 25:

$$A = \{1, 2, \{1, 2\}, 3, \{2, 3\}, 4\}$$

$$B = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, 5, 6\}$$

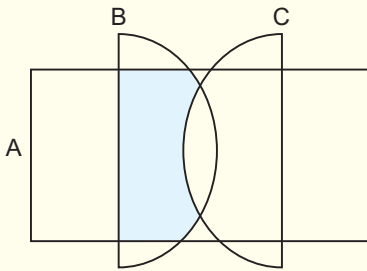
olduğuna göre,  $A - B$  ve  $B - A$  kümelerini liste yöntemi kullanarak yazınız.

$$A - B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B - A = \{5, 6\}$$

Cevap:  $\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6\}$

#### Örnek 26:



Yukarıda verilen A, B ve C kümelerinin şemalarına göre taralı alanı belirten ifadeyi bulunuz.

$$(A \cap B) - C$$

Cevap:  $(A \cap B) - C$

#### Örnek 27:

Herhangi A ve B kümeleri için

$$(A \cup B) - (A \cap B)$$

fark kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $A \cap (A - B)$

B)  $A \cup (A - B)$

C)  $(A - B) \cup (B - A)$

D)  $(A - B) \cap (B - A)$

E)  $(A \cup B) - (A - B)$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

Cevap: C

## ► Kümelerde İşlemlerin Özellikleri

### 1. Değişme Özelliği

►  $A \cup B = B \cup A$

►  $A \cap B = B \cap A$

### 2. Tek Kuvvet Özelliği

►  $A \cup A = A$

►  $A \cap A = A$

### 3. Dağılma Özelliği

►  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

►  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4.  $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

5.  $A - B = A \cap B'$

6.  $A \cup A' = E, A \cap A' = \emptyset$

### 7. De Morgan Kuralı

►  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

►  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

**Örnek 28:**

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için

$$3s(A - B) = 6s(A \cap B) = s(A \cup B)$$

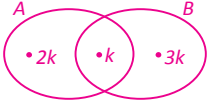
olduğuna göre,  $s(B - A)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 7      B) 8      C) 10      D) 12      E) 14

Cevap: D

$$3s(A - B) = 6s(A \cap B) = s(A \cup B) = 6k \text{ olsun}$$

$$s(A - B) = 2k, s(A \cap B) = k, s(A \cup B) = 6k$$



$$s(B - A) = 3k \text{ olduğundan } s(B - A) = 12 \text{ olur.}$$

**Örnek 29:**

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

olduğuna göre,  $A \cap (B \cup C)$  kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Cevap: 7

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$s(A \cap (B \cup C)) = 7$$

**Örnek 30:**

$$A \cup B = \{1, 2, a, b, c\}$$

$$A \cup C = \{0, 1, 2, 3, a\}$$

olduğuna göre,  $A \cup (B \cap C)$  kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

Cevap: 8

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ = \{1, 2, a\}$$

$$\text{alt küme sayısı } 2^3 = 8 \text{ dir.}$$

**Örnek 31:**

A ve B birer küme olmak üzere

$$s(A) = 13$$

$$s(B) = 17$$

A  $\cap$  B kümesinin alt küme sayısı 8 olduğuna göre,  $s(A \cup B)$  kaçtır?

Cevap: 27

$$2^{s(A \cap B)} = 8 \Rightarrow s(A \cap B) = 3$$

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(A \cup B) = 13 + 17 - 3$$

$$s(A \cup B) = 27$$

**Örnek 32:**

$$s(A - B) = 10$$

$$s(B - A) = 15$$

$$s(A \cup B) = 30$$

olduğuna göre,  $s(A - B')$  kaçtır?

Cevap: 5

$$s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$$

$$30 = 10 + 15 + s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 5$$

**Örnek 33:**

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) = 20$$

$$s(A' \cup B') = 24$$

$$s(E) = 30$$

olduğuna göre,  $s(A - B)$  kaçtır?

Cevap: 14

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

$$s(A \cap B) + s((A \cap B)') = s(E)$$

$$s(A \cap B) + 24 = 30 \Rightarrow s(A \cap B) = 6$$

$$s(A - B) = s(A) - s(A \cap B)$$

$$= 20 - 6 = 14$$

**Örnek 34:**

A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A \cap B') = 7$$

$$s(E) = 20$$

$$s(A' \cap B') = 3$$

olduğuna göre,  $s(B)$  kaçtır?

Cevap: 10

$$s(A \cap B') = s(A \setminus B) = 7$$

$$s(A \cup B) + s((A \cup B)') = s(E)$$

$$s(A \cup B) + 17 = 20 \Rightarrow s(A \cup B) = 17$$

